Universitatea Tehnica din Republica Moldova

Facultatea Calculatoare, Informatica si Microelectronica

Departament Inginerie Software si Automatica

Specialitatea Tehnologia Informației

Raport

Curs: Prelucrarea semnalelor

Tema: Analiza spectrala a semnalelor

A elaborat: Reguș Ruslan Grupa: TI-214

A verificat: Asist. Univ. Cazac A.

Chișinău 2024

**Lucrare de laborator nr. 3**

**Obiective:** analiza spectrală a semnalelor periodice prin dezvoltare în serie Fourier şi a semnalelor neperiodice prin aplicarea transformatei Fourier.

**Exerciţiu 1:**

Utilizând scriptul din Exemplul 3.1, să se efectueze descompunerea în serie Fourier a trei tipuri de semnale periodice: armonic, dreptunghiular și dintre de ferestrău, pentru două valor ale numărului de armonici de aproximare N1 și N2, unde N2≈3N1. Să se explice rezultatele obținute.

|  |
| --- |
| Date: T=7s , Armonici 20 |
| %Descompunerea unui semnal periodic s(t) in serie Fourier:  %T=perioada [sec], N=nr. de armonici  T = input('Setati perioada T [sec]: ');  N = input('Setati nr. de armonici: ');  tip = input('Alegeti tipul semnalului (sin[s], dreptunghiular[d], sau ferestrau[f]): ', 's');  W=2\*pi/T; %pulsatia fundamentala  t=0:T/1022:T+T/1022;  if strcmp(tip,'s')  s=sin(W\*t); % semnal s(t) sinusoidal  else  for j=1:1024  if strcmp(tip,'d')  if j<512 %semnal dreptunghiular  s(j)=1;  else  s(j)=-1;  end  elseif strcmp(tip,'f')  %semnal dinte de ferestrau  s(j)=j/500-1;  end  end  end  %valoarea medie  val\_medie=trapz(t,s)/T;  %valoarea efectiva  val\_efectiva=sqrt(trapz(t,s.^2)/T);  timp=t-T/2;  for i=1:N  %primii N coef. trigonometrici  a(i)=2\*trapz(t,s.\*cos(i\*W\*t))/T;  b(i)=2\*trapz(t,s.\*sin(i\*W\*t))/T;  %coeficientii formei armonice  A(i)=sqrt(a(i)^2+b(i)^2);  %defazajele formei armonice  F(i)=atan2(b(i),a(i));  f(i)=i/T;  end  r=val\_medie;  for j=1:N  r=r+A(j)\*cos(j\*W\*t-F(j));  end  subplot(223); plot(t,r);  title('semnalul reconstruit (verificare)');  xlabel('t [sec]');  axis([min(t) max(t) (min(r)-0.02\*(max(r)-min(r))) (max(r)+0.02\*(max(r)-min(r)))]);  grid;  subplot(221); plot(t,s);  title('semnalul s(t)'); xlabel('t [sec]'); grid;  axis([min(t) max(t) (min(r)-0.02\*(max(r)-min(r))) (max(r)+0.02\*(max(r)-min(r)))]);  subplot(222); stem(f,A);  title('Armonicile A(n)\*cos[n\*2\*pi\*f\*t-Fi(n)]');  xlabel('f [Hz]'); grid;  subplot(224); stem(f,F/(pi));  title('defazajele Fi(f)'); xlabel('f [Hz]');  ylabel('x pi [rad]');  grid; |

Codul dat are rolul de a descompune un semnal periodic s(t) în seria Fourier și de a reconstrui semnalul original utilizând coeficienții Fourier calculați. În acest scop, utilizatorul este întâi întrebat să introducă perioada semnalului (T) și numărul de armonici (N) pentru a calcula pulsia fundamentala (W) și pasul de timp (t). Apoi, utilizatorul trebuie să aleagă tipul semnalului (sin[s], dreptunghiular[d] sau ferestrau[f]).

După inițializarea semnalului s(t) în funcție de tipul semnalului ales, codul calculează valorile medii și efective ale semnalului utilizând funcția trapz, care reprezintă o metodă numerică de calculare a integralei.

În continuare, se calculează coeficienții Fourier a și b pentru primele N armonici, folosind aceeași metodă trapz și formula corespunzătoare. Se calculează, de asemenea, coeficienții formei armonice A și defazajele Fi pentru fiecare armonică. Acești coeficienți și defazaje sunt afișați sub forma de grafice în subploturile 2 și 3, respectiv.

În cele din urmă, semnalul original s(t) și semnalul reconstruit r(t) sunt afișate în subploturile 1 și 3. Semnalul reconstruit este obținut prin adăugarea fiecărei armonici ponderate cu coeficienții Fourier calculați și cu defazajele corespunzătoare.

Rezultatele obținute în urma rulării codului vor fi, prin urmare, reprezentări grafice ale semnalului inițial și ale semnalului reconstruit, precum și ale coeficienților Fourier și defazajelor. Aceste grafice vor ajuta la înțelegerea compoziției semnalului și a modului în care acesta poate fi reconstruit utilizând seria Fourier.

|  |
| --- |
| Semnalul sin |
|  |
| Semnalul dreptunghiular |
|  |
| Semnalul ferestrau |
|  |

**Exerciţiu 2:**

Utilizând scriptul din Exemplul 3.2, studiaţi spectrul unui tren de impulsuri dreptunghiulare pentru diverse valori ale parametrilor semnalului: perioada T, durata τ și amplitudinea A. Să se analizeze și să se explice rezultatele obținute.

|  |
| --- |
| %parametrii trenului de impulsuri  T = input('Setati perioada T [sec]: ');  tau = input('Setati durata impulsului tau [sec]: ');  Amplit = input('Setati amplitudinea A [V]: ');  Ni = input('Setati nr. de armonici N: ');  % Pasul de selectare a numarului de armonici  n=Ni;  % numarul de armonici pentru aproximarea finala  Nf=3\*n;  w0=2\*pi/T;  f0=1/T;  B=Nf+1;  % calculul parametrilor modelului spectral  A=zeros(1,B);phi=zeros(1,B);  for i=1:B,  alf=(i-1)\*w0\*tau/2;  alf=alf/pi;  A(1,i)=abs(Amplit\*tau\*sinc(alf)/T);  phi(1,i)=-angle(sinc(alf));  end;  %se calculeaza vectorul ind, necesar in reprezentarea grafica a spectrului  for i=1:B,  ind(i)=(i-1)\*f0;  end;  %reprezentarea spectrului SFC (numai pentru frecvente pozitive)  subplot(221);  stem(ind,A(1,:));  title('spectrul SFC al trenului de impulsuri');  xlabel('f [Hz]');  grid;  subplot(222);  stem(ind,phi(1,:));  title('defazajele Fi(f)');  xlabel('f [Hz]'); ylabel('x pi [rad]');  grid;  %generarea trenului de impulsuri si reprezentarea lui grafica  x1=zeros(1,((T\*1000/2)-(tau\*1000/2)));  x2=Amplit\*ones(1,(tau\*1000));  x3=zeros(1,((T\*1000/2)-(tau\*1000/2)));  x=[x1 x2 x3];  dt=0.001;t=[-T/2+dt:dt:T/2];  subplot(223);  h=plot(t,x); %set(h,'LineWidth',T);  axis([-T/2 T/2 -1.5 1.2\*Amplit]);grid;hold on;  %calculul semnalelor deduse pe baza spectrului determinat  %se utilizeaza Ni, 2\*Ni si 3\*Ni armonici in spectru;  %aceste semnale se reprezinta pe un grafic comun  %cu cel al trenului de impulsuri  for j=Ni:n:Nf,  xy=A(1)\*ones(1,(T\*1000));  for i=1:j,  xy=xy+2\*A(1,i+1)\*cos(i\*w0\*t+phi(1,i+1));  end;  end;  plot(t,xy,'k');grid;  title('semnalul initial si reconstruit');  xlabel('t [sec]');  axis([-T/2 T/2 -1.5 1.2\*Amplit]);grid; |

Acest cod Matlab este utilizat pentru a genera și reprezenta spectrul unui tren de impulsuri și pentru a reconstrui semnalul din spectru folosind diferite armonici.

În primul rând, utilizatorul este întrebat să introducă parametrii trenului de impulsuri, cum ar fi perioada T, durata impulsului tau, amplitudinea A și numărul de armonici N. Apoi, programul calculează parametrii modelului spectral și generează vectorul ind necesar pentru reprezentarea grafică a spectrului.

Reprezentarea spectrului SFC (Serie Fourier Complexă) a trenului de impulsuri este realizată în subplotul 221, iar defazajele Fi(f) sunt reprezentate în subplotul 222. Spectrul este reprezentat utilizând funcția stem, care afișează puncte de pe axa orizontală în loc de linii.

În subplotul 223, se generează trenul de impulsuri și se reprezintă grafic utilizând funcția plot. Apoi, semnalul este reconstruit folosind semnale deduse pe baza spectrului determinat, utilizând diferite armonici. Aceste semnale sunt reprezentate pe același grafic cu trenul de impulsuri.

În acest cod, semnalul este reconstruit utilizând Ni, 2Ni și 3Ni armonici în spectru. Semnalele reconstruite se adaugă la semnalul inițial și se reprezintă grafic împreună cu semnalul inițial.

Reprezentarea grafică a semnalului inițial și a semnalelor reconstruite arată că, cu cât sunt utilizate mai multe armonici, cu atât semnalul reconstruit se apropie mai mult de semnalul inițial. De asemenea, se observă că semnalul inițial conține frecvențe mai mari decât cele reprezentate de cele trei armonici alese în spectru.

|  |  |
| --- | --- |
| Date: perioada T=1, durata τ =0.5 ,amplitudinea A =5 , armonici Ni=10 | Date: T=3, τ =0.5 , A =5 , Ni=10 |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Date: T=3, τ =0.6 , A =5 , Ni=10 | Date: T=3, τ =0.8 , A =5 , Ni=10 |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Date: T=3, τ =0.5 , A =6 , Ni=10 | Date: T=3, τ =0.5 , A =8 , Ni=10 |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Date: T=3, τ =0.5 , A =5 , Ni=5 | Date: T=3, τ =0.5 , A =5 , Ni=20 |
|  |  |

**Exerciţiu 3:**

Să se calculeze și să se construiască caracteristicile spectrale de amplitudini și de faze ale unor semnale periodice, recomandate de profesor, pentru diverse valori ale parametrilor ce caracterizează aceste semnale. Să se analizeze și să se explice rezultatele obținute.

|  |
| --- |
| %perioada de esantionare (lung fragmentului pe care ipartim timpul)  Ts=0.02;  T=4;  t=0:Ts:T;  y=2\*cos(2\*pi\*t)+sin(3\*pi\*t)+3\*cos(4\*pi\*t);  subplot(211);  plot(t,y);  grid  %frecventa  df=1/T;  %frecventa maxima  Fm=1/Ts;  len=length(t);  f=-Fm/2:df:Fm/2;  %genereaza seria Furier  x=fft(y)/len;  %schimba prima jumatete de vector cu a doua  xs=fftshift(x);  %amplitudinea  A=abs(xs);  %100 de elemente pentru a vedea cum e graficul pe un segment mai restarns  s1=len/2-50;  s2=len/2+50;  subplot(212);  stem(f(s1:s2), A(s1:s2));  grid;  xlabel('frecventa(Hz)');  ylabel('Modulul'); |

Acest cod generează un semnal periodic dat, apoi calculează seria Fourier a acestuia și afișează spectrul său de frecvență.În primul rând, se stabilește perioada de esantionare Ts și durata semnalului T, iar apoi se generează un vector t care conține momentele de timp la care semnalul este esantionat. Semnalul y este definit prin suma de trei termeni: 2\*cos(2\*pi\*t), sin(3\*pi\*t) și 3\*cos(4\*pi\*t).În continuare, se calculează frecvența de esantionare df și frecvența maximă Fm (adesea numită frecvența Nyquist), iar apoi se calculează un vector de frecvență f care conține frecvențele corespunzătoare coeficienților seriei Fourier.Pentru a calcula seria Fourier, se utilizează funcția fft (Fast Fourier Transform), care returnează coeficienții seriei Fourier și apoi se normalizează cu lungimea semnalului. Pentru a afișa spectrul de frecvență pe ambele părți ale frecvenței zero, se folosește funcția fftshift, care schimbă ordinea elementelor în vectorul rezultat.În cele din urmă, se calculează amplitudinea seriei Fourier prin calcularea modulului coeficienților și se afișează cu ajutorul funcției stem. Deoarece spectrul de frecvență conține multe frecvențe, se afișează doar o mică parte a acestuia, în intervalul s1:s2.

|  |  |
| --- | --- |
| Ts=0.02 ; T=4 | Ts=0.5 ; T=8 |
|  |  |

Figura 3.1 - Modulul spectrului semnalului poliarmonic corespunzător seriei Fourier complexe

**Exerciţiu 4:**

Să se calculeze și să se construiască caracteristicile spectrale de amplitudini și de faze ale unor semnale neperiodice, recomandate de profesor, pentru diverse valori ale parametrilor ce caracterizează aceste semnale și, de asemenea, pentru cazul deplasării semnalului în timp și în frecvență. Să se analizeze și să se explice rezultatele obținute.

|  |
| --- |
| %parametrii impulsului rectangular  tau=1;Amplit=1/tau;  %generarea impulsului rectangular  a=tau;  tm=6;  x1=zeros(1,((tm\*1000/2)-(tau\*1000/2)));  x2=Amplit\*ones(1,(tau\*1000));  x3=zeros(1,((tm\*1000/2)-(tau\*1000/2)));  x=[x1 x2 x3];  dt=0.001;t=[-tm/2+dt:dt:tm/2];  subplot(211);  h=plot(t,x); %set(h,'LineWidth',T);  title('impuls rectangular x(t)');  xlabel('t [sec]');  axis([-tm/2 tm/2 -0.1 1.2\*Amplit]);  grid;hold on;  % sunt declarate variabilele simbolice  syms x w  % se calculeaza integrala Fourier  wmax=30;  int(Amplit\*exp(-j\*w\*x),-a/2,a/2);  subplot(212);  % se reprezinta grafic  ezplot(ans,[-wmax wmax])  title('transformata Fourier a impulsului rectangular X(w)');  xlabel('w');  axis([-wmax wmax -0.5 1]);  grid;hold on  u=-wmax:wmax:wmax;  y=0.0\*u;  % se traseaza orizontala y=0  plot(u,y)  hold off; |

Codul dat generează un impuls rectangular și apoi calculează transformata Fourier a impulsului rectangular utilizând integrala Fourier. În detaliu, codul poate fi analizat astfel:

* Se setează parametrii impulsului rectangular, adică durata impulsului și amplitudinea acestuia.
* Se generează impulsul rectangular utilizând funcția zeros și ones din MATLAB.
* Se declară variabile simbolice pentru calculul transformatei Fourier.
* Se calculează integrala Fourier pentru impulsul rectangular.
* Se reprezintă grafic transformata Fourier a impulsului rectangular utilizând funcția ezplot.
* Se trasează o linie orizontală pentru a marca axa y = 0.

Prima subplot prezintă impulsul rectangular generat și a doua subplot reprezintă transformata Fourier a impulsului rectangular. Se poate observa că transformata Fourier a impulsului rectangular este o funcție sinc în formă, care se extinde pe toată axa frecvenței. În plus, se observă că amplitudinea maximă a transformatei Fourier apare în jurul frecvenței 0, ceea ce sugerează că impulsul rectangular are o componentă semnificativă în frecvența 0.

|  |
| --- |
| Figura 4.1 - Forma de undă și spectrul de frecvențe ale semnalului impuls dreptunghiular |

|  |
| --- |
| %Generarea semnalului impuls unitar dreptunghiular  Ts=0.01; T=1; A=0.85; w=0.5;  N=T/Ts;t=-T/2:Ts:T/2;  y=A\*rectpuls(t,w);  subplot(311); plot(t,y); grid;  title('Impuls unitar dreptunghiular');  xlabel('Timpul,sec.');  %Aplicarea procedurii fft  x=fft(y)/N; df=1/T; Fm=1/Ts;  a=abs(x);f=0:df:Fm;  subplot(312); plot(f,a);grid;  title('Functia de densitate spectrala (procedura fft)');  xlabel('Frecventa,Hz');  ylabel('Modulul')  %Aplicarea procedurii fftshift  xp=fftshift(x);  a=abs(xp);f1=-Fm/2:df:Fm/2;  subplot(313);plot(f1,a),grid;  title('Functia de densitate spectrala (procedura fftshift)');  xlabel('Frecventa,Hz');  ylabel('Modulul') |

Acest cod generează și analizează spectrul unui semnal impuls unitar dreptunghiular utilizând procedurile FFT și FFTSHIFT.În prima parte a codului se generează semnalul impuls unitar dreptunghiular utilizând funcția rectpuls. Acest semnal este apoi supus procedurii FFT pentru a obține spectrul semnalului.În a doua parte a codului, este aplicată procedura FFTSHIFT pe semnalul de ieșire a procedurii FFT pentru a reorganiza spectrul într-o formă mai ușor de interpretat. Spectrul este apoi afișat grafic în funcție de frecvență, evidențiind componentele frecvențelor semnalului.Rezultatele obținute arată că spectrul semnalului impuls unitar dreptunghiular are o formă de sinc, cu maxime locale la frecvențele impare ale semnalului și cu o bandă de trecere la frecvențele pătratelor impare ale semnalului. Acest lucru se datorează faptului că semnalul este alcătuit dintr-o sumă finită de sinusuri și cosinusuri de frecvențe diferite, iar spectrul său prezintă un comportament periodic.

FFT (Fast Fourier Transform) este o metodă de calcul rapidă a transformatei Fourier discrete (DFT) a unei secvențe de numere. Transformata Fourier este o metodă matematică pentru analiza semnalelor care le descompune în componentele lor frecvențiale.

FFTSHIFT este o funcție Matlab care modifică ordinea elementelor unui vector sau matrice, de obicei aplicată după aplicarea FFT. Funcția rearanjează elementele astfel încât să fie centrate în jurul valorii zero a frecvenței, ceea ce facilitează interpretarea graficelor și analiza spectrului semnalului. Practic, FFTSHIFT rearanjează valorile Fourier într-un mod mai intuitiv și ușor de interpretat.

|  |  |
| --- | --- |
| Ts=0.01; T=1; A=0.85; w=0.5; | Ts=0.07; T=3; A=0.85; w=0.5; |
|  |  |
| Figura 4.2- Forma de undă și spectrul de frecvențe ale semnalului impuls dreptunghiular | |

**Concluzia:**

În lucrarea dată am analizat diferite tipuri de semnale. Am dat valori de intrare în funcțiile semnalelor și am observat devierile graficilor. Am mai modificat semnele funcțiilor pentru a vedea inversa graficelor. Am facut analiza spectrală a semnalelor periodice prin dezvoltare în serie Fourier şi a semnalelor neperiodice prin aplicarea transformatei Fourier.